

III. PODSTAWOWE CHARAKTERYSTYKI ŹRÓDEŁ PROMIENIOTWÓRCZYCH. ELEMENTY DOZYMETRII

3.1 Aktywność

Pracując ze źródłami promieniotwórczymi musimy ustalić sposób ich charakteryzacji. Dotyczy ono izotopu lub izotopów, które zawiera źródło promieniowania, aktywności źródła, okresu połowicznego zaniku i rodzaju promieniowania wysyłanego przez źródło. Dane te są niezbędne do oceny skutków działania promieniowania na organizmy, w tym przede wszystkim na człowieka. Zdefiniujemy niżej te pojęcia, gdyż bez ich znajomości trudno się poruszać w świecie promieniotwórczości i medycyny nuklearnej w szczególności.

Aktywność źródła

Aktywność, zdefiniowana już w poprzednim rozdziale, jest liczbą rozpadów promieniotwórczych w źródle, zachodzących w jednostce czasu. Jednostką aktywności jest *bekerele* (od Henri Becquerela – odkrywcy promieniotwórczości naturalnej):

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ rozpad/s}$$

Jednostka historyczna – *kiuri* jest w przybliżeniu aktywnością 1g radu-226:

$$1 \text{ Ci} = 3,70 \cdot 10^{10} \text{ Bq} = 37 \text{ GBq}$$

Aktywność właściwa

Jest to aktywność jednostki masy, objętości lub powierzchni emitujących promieniowanie.

1 Ci jest w przybliżeniu aktywnością właściwą radu (ściśle wynosi ona 36,6 GBq/g)

3.2 Zanik promieniotwórczy

Jeśli w chwili początkowej $t=0$ liczba jąder promieniotwórczych wynosiła N_0 , to po czasie t wynosi ona:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (3.1)$$

gdzie λ jest stałą rozpadu, związaną z okresem połowicznego zaniku ($T_{1/2}$) relacją:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (3.2)$$

Z definicji aktywności wynika, że

$$A = -\frac{dN}{dt} = A_0 e^{-\lambda t} \quad (3.3)$$

W ciele człowieka każda substancja ma charakterystyczny, biologiczny czas połowkowy związany z wydalaniem. Jeśli więc w chwili zero podamy człowiekowi specyfik w ilości M_0 , po czasie t będzie go

$$M = M_0 e^{-\lambda_{\text{Bio}} t} \quad (3.4)$$

Zdarza się także, że wydalanie substancji zachodzi wg bardziej złożonej formuły:

$$M = M_0 \left(A_1 e^{-\lambda_{\text{bio}}^{(1)} t} + A_2 e^{-\lambda_{\text{bio}}^{(2)} t} + \dots \right) \quad (3.5)$$

W medycynie nuklearnej interesuje nas zarówno tempo zaniku aktywności substancji promieniotwórczej, jak i tempo jej wydalania. Istotnym parametrem staje się wtedy efektywna stała zaniku:

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda + \lambda_{\text{Bio}} \quad (3.6)$$

Odpowiedni efektywny okres (czas) połowicznego zaniku:

$$\frac{1}{T_{1/2}(\text{eff})} = \frac{1}{T_{1/2}} + \frac{1}{T_{1/2}(\text{Bio})} \quad (3.7)$$

Przy bardziej złożonych zależnościach dla wydalania substancji otrzymamy także bardziej złożone zależności na czasy efektywne, z reguły różne dla różnych narządów lub zespołów biologicznych.

Przykład 1: Biologiczny czas połowicznego zaniku jodu w tarczycy wynosi 64 dni. Czas połowicznego zaniku izotopu ^{131}I wynosi 8 dni. Efektywny czas połowiczny wynosi więc ok. 7,1 dnia. W wypadku ^{123}I $T_{1/2} = 13$ godz., $T_{1/2}(\text{Bio}) = 26$ godz., a zatem $T_{1/2}(\text{eff}) = 8,7$ godz.

Przykład 2: ^{133}Xe używany jest w badaniach płuc, gdzie jego biologiczny czas połowiczny wynosi 0,35 min. Dla rozpadu promieniotwórczego czas ten wynosi 5,3 dnia. Tu efektywny czas połowiczny równy jest, z dobrym przybliżeniem, biologicznemu czasowi zaniku.

Przykład 3: metastabilny technet w $^{99\text{m}}\text{Tc}$ -koloid siarkowy (radiofarmaceutyk) ma w zasadzie nieskończony czas przebywania w wątrobie, tak więc efektywny okres połowicznego zaniku równy jest 6 godz. – okresowi połowicznego zaniku $^{99\text{m}}\text{Tc}$. Natomiast w radiofarmaceutyku $^{99\text{m}}\text{Tc}$ -MDP, $T_{1/2}(\text{Bio}) = 4$ godz., tak więc $T_{1/2}(\text{eff}) = 2$ godz.

3.3 Dawka

Dawka ekspozycyjna, to ładunek jonów wytworzonych przez fotony w jednostce masy napromienionej substancji:

$$X = \frac{Q}{m} \quad (3.8)$$

Jednostką dawki ekspozycyjnej jest 1 C/kg.

Jednostką historyczną dawki ekspozycyjnej jest *rentgen* (1 R), czyli dawka od fotonów, wytwarzająca w 1cm³ powietrza w warunkach normalnych (0,001293 g) 1 jednostkę elektrostatyczną jonów każdego znaku.

$$1 \text{ R} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ C/kg powietrza}$$

Średnia dawka pochłonięta D, to energia promieniowania zdeponowana w jednostce masy napromienionej substancji:

$$D = \frac{E}{m} \quad (3.9)$$

Jednostką dawki pochłoniętej jest *grej*:

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg} \quad (3.10)$$

Jednostką historyczną tej dawki jest *rad*:

$$1 \text{ rad} = 100 \text{ erg/g} = 0,01 \text{ Gy} \quad (3.11)$$

1 R jest równoważny 0,00876 Gy

3.4 KERMA (*Kinetic Energy Released in Unit Mass*)

Kerma jest to iloraz sumy początkowych energii kinetycznej cząstek naładowanych, wytworzonych w elemencie materii przez promieniowanie jonizujące pośrednio (a więc np. fotony i neutrony), i masy tego elementu

$$K = \frac{dE_{kin}}{dm} \quad (3.12)$$

Jednostką kermy jest grej (Gy).

3.5 Dawka równoważna (równoważnik dawki)

Aby uwzględnić biologiczną skuteczność dawki, wprowadza się pojęcie *dawki równoważnej*. Z definicji jest to dawka pochłonięta (D) pomnożona przez pewien współczynnik w_R biologicznej efektywności promieniowania:

$$H = w_R \cdot D \quad (3.13)$$

Choć współczynnik ten nie jest mianowany, nazwa jednostki zmienia się z greja na *siwert* (Sv) – od nazwiska uczonego szwedzkiego Rolfa Sieverta. Współczynniki w_R dla promieniowania różnego rodzaju podaje Tabela 3.1

Tabela 3.1 Współczynniki jakości promieniowania dla różnych rodzajów promieniowania

Rodzaj i zakres energii promieniowania	w_R
Fotony gamma o dowolnej energii	1
Elektrony i miony o dowolnej energii	1
Neutrony o energiach:	
< 10 keV	5
10 – 100 keV	10
0,1 – 2 MeV	20
2 – 20 MeV	10
> 20 MeV	5
Protony o energii > 2 MeV (bez protonów odrzutu)	5
Cząstki α , ciężkie jony, fragmenty rozszczepienia	20

3.6 Dawka skuteczna

Radioczułość poszczególnych tkanek i narządów jest różna, w związku z czym wprowadza się także pewien współczynnik w_T , który pokazuje względną radioczułość narządów, tj. część dawki równoważnej, którą naświetlono całe ciało. **Dawkę skuteczną** (efektywną) obliczamy wtedy jako

$$E = \sum w_T \cdot H_T, \quad (3.14)$$

gdzie H_T jest dawką równoważną otrzymaną przez organ (narząd). Z definicji

$$\sum w_T = 1 \quad (3.15)$$

Tabela 3.2 podaje wartości współczynników wagowych w_T .

Tabela 3.2 Współczynniki wagowe w_T dla poszczególnych narządów

Narząd lub tkanka	w_T
Gruzoły płciowe (gonady)	0,20
Czerwony szpik kostny	0,12
Jelito grube	0,12
Płuca	0,12
Żołądek	0,12
Pęcherz moczowy	0,05
Gruzoły sutkowe	0,05
Wątroba	0,05
Przełyk	0,05
Tarczycyca	0,05
Skóra	0,01
Powierzchnia kości	0,01
Pozostałe	0,05
Całe ciało	1,00

W roku 2007 ICRP zaleciło nieco inne spojrzenie na te współczynniki, patrz Tabela 3.3.

Tab. 3.3 Współczynniki w_T wg zaleceń ICRP z 2007 r.

Narząd lub tkanka	w_T	Σw_T
Szpik (czerwony), jelito grube, płuca, żołądek, pierś, pozostałe tkanki	0,12	0,72
Gonady	0,08	0,08
Pęcherz, trzustka, wątroba, tarczyca	0,04	0,16
Powierzchnia kości, mózg, ślinianki, skóra	0,01	0,04

Przy obliczaniu dawki dostarczonej do konkretnego narządu należy obliczyć *dawkę skumulowaną*, tj. łączną dawkę dostarczoną do narządu w czasie przebywania izotopu promieniotwórczego w narządzie (całkę po czasie z funkcji $A(t)$) i pomnożyć ją przez pewien czynnik poprawkowy, S , który charakteryzuje konkretny radionuklid w konkretnym narządzie. Jeśli efektywny okres połowicznego zaniku wynosi $T_{1/2}(\text{eff})$, to taka skumulowana aktywność równa jest

$$A_s = 1.44 \cdot T_{1/2}(\text{eff}) \cdot A_0, \quad (3.16)$$

gdzie A_0 jest aktywnością początkową. O współczynnikach S będziemy mieli jeszcze okazję mówić dalej.

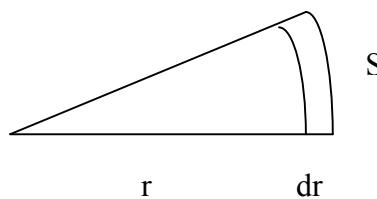
3.7 Moc dawki

Z punktu widzenia działania promieniowania na organizmy nie tylko ważna jest znajomość dawki. Istotną rzeczą jest także wiedza o czasie, w którym dawka była deponowana w organizmie. Dlatego też w ochronie radiologicznej i medycynie ważną wielkością jest tzw. moc dawki, tj. dawka pochłonięta w jednostce czasu:

$$\dot{D} = \frac{dD}{dt} \quad (3.17)$$

Jednostkami mocy dawki mogą być: 1 Gy/rok, mGy/h itp.

W odległości r od źródła punktowego gamma o aktywności A na powierzchnię S pada w ciągu jednej sekundy $AS/4\pi r^2$ fotonów. W warstwie o grubości dr , a zatem w objętości Sdr , pochłaniana energia wynosi



$(AS/4\pi r^2)E_\gamma \mu dr$, (3.18)

gdzie μ jest liniowym współczynnikiem absorpcji, a E_γ - energią fotonów. Moc dawki (liczona w Gy/s) wynosi więc

$$(AS/4\pi r^2)E_\gamma \mu dr / Sdr\rho = (A/4\pi r^2)E_\gamma (\mu/\rho) \quad (3.19)$$

Moc dawki jest więc proporcjonalna do masowego współczynnika absorpcji (μ/ρ). Po odrobinie przekształceń algebraicznych otrzymamy:

$$\dot{D}_\gamma [\text{Gy/h}] = 4,589 \cdot 10^{-9} \frac{A[\text{kBq}]}{(r[\text{m}])^2} E_\gamma [\text{MeV}] \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \right] \quad (3.20)$$

3.7.1 Moce dawek od jednorodnych źródeł wewnętrznych

Jak mówiliśmy, w medycynie nuklearnej wprowadzamy preparaty promieniotwórcze (radiofarmaceutyki) do wnętrza organizmu i w związku z tym narządy, w których się one znajdują będą stanowiły źródła promieniowania dla innych organów, nie wspominając o tym, że same będą narażone na działanie promieniowania i należy zatem umieć obliczyć dawki na te narządy. Jest rzeczą oczywistą, że istotną rolę będzie tu odgrywał rodzaj emitera promieniowania i dlatego też należy rozpatrywać dawki i moce dawek oddzielnie dla każdego emitera. Do sprawy tej, ściśle w kontekście medycyny nuklearnej, wrócimy ponadto w rozdziale V.

Emiter α

Dla emitera o stężeniu aktywności a_m na jednostkę masy moc dawki wynosi

$$\dot{D}_\alpha = a_m \bar{E}_\alpha \quad (3.21)$$

$$\dot{D}_\alpha \left[\frac{\text{Gy}}{\text{h}} \right] = 5,767 \cdot 10^{-4} a_m \left[\frac{\text{kBq}}{\text{g}} \right] \bar{E}_\alpha [\text{MeV}] \quad (3.22)$$

Emiter β

$$\dot{D}_\beta = a_m \bar{E}_\beta \quad (3.23)$$

$$\dot{D}_\beta \left[\frac{\text{Gy}}{\text{h}} \right] = 5,767 \cdot 10^{-4} a_m \left[\frac{\text{kBq}}{\text{g}} \right] \bar{E}_\beta [\text{MeV}] \quad (3.24)$$

Emiter γ

Jeśli promieniotwórczy izotop jest równomiernie rozmieszczony w kuli o promieniu R znacznie mniejszym niż średnia droga swobodna (ok.25 cm w tkance miękkiej dla fotonów o energii 1 MeV):

$$\dot{D}_\gamma = a_\nu \bar{E}_\gamma \frac{\mu_a}{\rho} R \quad (3.25)$$

gdzie a_ν – aktywność jednostki objętości kuli.

$$\dot{D}_\gamma \left[\frac{\text{Gy}}{\text{h}} \right] = 5,767 \cdot 10^{-4} a_\nu \left[\frac{\text{kBq}}{\text{cm}^3} \right] \bar{E}_\gamma [\text{MeV}] \frac{\mu_a}{\rho} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \right] R [\text{cm}] \quad (3.26)$$

W odległości r od środka kuli:

$$\dot{D}_\gamma(r) = L(r) \dot{D}_\gamma(0) \quad (3.27)$$

gdzie

$$L(r) = 0,5 + \frac{1-s^2}{4s} \ln \frac{1+s}{|1-s|} \quad (3.28)$$

gdzie

$$s = r/R \quad (3.29)$$

Średnia moc dawki w kuli wynosi

$$0,75 \dot{D}_\gamma(0) \quad (3.30)$$

3.8 Ilość materiału promieniotwórczego

Wprowadzona wcześniej aktywność $A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N$ mówi o liczbie rozpadów zachodzących w jednostce czasu w danej próbce. Nie jest ona tożsama z ilością materiału promieniotwórczego w próbce, tj. liczbą N jąder promieniotwórczych w próbce. W przybliżeniu,

$$N(t) = 1,44 A(t) T_{1/2} \quad (3.31)$$

Tak więc, przy odpowiednio krótszym okresie połowicznego zaniku, mała ilość materiału promieniotwórczego może mieć taką samą aktywność, jak duża.

3.8.1 Aktywność skumulowana

Łatwo zauważyć, że $N(0)$ pokrywa się z aktywnością skumulowaną A_s , patrz (3.16), jeśli do wzoru (3.31) podstawimy efektywny okres połowicznego zaniku. Przez aktywność skumulowaną rozumiemy zatem początkową ilość materiału promieniotwórczego

$$N = 1.44 A_0 T_{1/2} \quad (3.32)$$

Jakość obrazów uzyskiwanych w medycynie nuklearnej zależy od aktywności, natomiast dawka obciążająca pacjenta zależy właśnie od ilości materiału promieniotwórczego. Tak więc: „stosunek” jakości obrazu do dawki jest odwrotnie proporcjonalny do okresu połowicznego rozpadu.

Wniosek: Dla danej ilości materiału radionuklid o krótkim okresie rozpadu daje większą aktywność i będzie zatem preferowany w medycynie nuklearnej.

3.9 Równowaga promieniotwórcza

Jaka jest relacja pomiędzy aktywnością, ilością materiału promieniotwórczego i czasem w trakcie tworzenia materiału promieniotwórczego? Pytanie takie jest w pełni zasadne, gdyż materiał promieniotwórczy tworzy się, ale w tym samym czasie także się rozpada.

W miarę upływu czasu aktywność rośnie, ale też tempo ubywania materiału rośnie. Po pewnym czasie następuje równowaga: tyle samo materiału przybywa ile ubywa.

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N + Q(t), \quad (3.33)$$

gdzie $Q(t)$ oznacza tempo produkcji izotopu. Stąd

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} + \int_0^t dt' Q(t') e^{-\lambda(t-t')} \quad (3.34)$$

Jeśli $Q=Q_0=\text{const}$:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} + \frac{Q_0}{\lambda} [1 - e^{-\lambda t}] \quad (3.35)$$

Gdy tworzącym się materiałem promieniotwórczym są jądra pochodne (w języku angielski są one nazywane *daughter nuclei*) wyjściowego materiału promieniotwórczego, zależność aktywności od czasu będzie funkcją obu okresów połowicznego zaniku: jąder macierzystych i pochodnych. Np. ${}^{90}_{38}\text{Sr}$ rozpada się (okres połowicznego zaniku 29,1 lat) do ${}^{90}_{39}\text{Y}$, ten zaś do stabilnego ${}^{90}_{40}\text{Zn}$ z półokresem 64 h. Równania określające więc całość procesu będą następujące:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1(t) \\ \frac{dN_2}{dt} &= -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t) \\ \frac{dN_3}{dt} &= \lambda_2 N_2(t) \end{aligned} \quad (3.36)$$

gdzie N_1 oznacza liczbę jąder strontu, N_2 – itru, a N_3 – cynku. A zatem:

$$\begin{aligned} N_1(t) &= N_1(0) e^{-\lambda_1 t} \\ N_2(t) &= N_2(0) e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_1(0)}{\lambda_2 - \lambda_1} [e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}] \\ N_3(t) &= N_3(0) + N_2(0) [1 - e^{-\lambda_2 t}] + \frac{N_1(0)}{\lambda_2 - \lambda_1} [\lambda_2 (1 - e^{-\lambda_1 t}) - \lambda_1 (1 - e^{-\lambda_2 t})] \end{aligned} \quad (3.37)$$

Jeśli jądro pochodne rozpada się szybciej niż macierzyste, to asymptotyczna aktywność (zakładamy $A_2(0) = 0$)

$$A_2(t) \rightarrow A_1(0) \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \quad (3.38)$$

Zatem: aktywność jądra pochodnego dyktowana jest przez tempo rozpadu jądra macierzystego. Tę sytuację nazywamy *równowagą przejściową* (*transient equilibrium*). Ze wzoru (3.38) wynika, że w wypadku, gdy jądro macierzyste rozpada się w całości do jednego jądra pochodnego, aktywność jądra pochodnego będzie wtedy zawsze większa od aktywności jądra macierzystego, natomiast tempo zaniku (oczywiście po pewnym wstępnym okresie formowania się jąder pochodnych) będzie takie samo jak jądra macierzystego. Przykładem tego rodzaju procesu jest tworzenie się aktywności ^{99m}Tc ($\lambda = 0.116$) z rozpadu ^{99}Mo ($\lambda = 0.010$). W tym przykładzie należy pamiętać, że obliczaną na podstawie wzoru (3.38) aktywność trzeba zmniejszyć o 14%, gdyż jedynie tylko 86% ^{99}Mo rozpada się do ^{99m}Tc . Tak więc aktywność technetu będzie zawsze nieco niższa od aktywności molibdenu. W granicznym przypadku $\lambda_1 \ll \lambda_2$ aktywność materiału pochodnego zbliża się do aktywności materiału macierzystego. Mówimy wtedy o *równowadze wiekowej* (*secular equilibrium*).

Jeśli jądro pochodne rozpada się wolniej, w granicy długich czasów i przy założeniu, że $A_2(0) = 0$,

$$A_2(t) \cong A_1(0) \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t}, \quad (3.39)$$

tj. materiał pochodny rozpada się zgodnie ze swym charakterystycznym tempem.

Przykład:

Jaki jest potrzebny czas, aby w źródle z początkowo czystego ^{90}Sr otrzymać ^{90}Y o aktywności wynoszącej 5% aktywności jąder strontu?

Dane: $T_{1/2}(^{90}\text{Sr})=29,12$ lat; $T_{1/2}(^{90}\text{Y})=64$ h; $A_2(0)=0$

Poszukujemy czasu, po którym $[A_1(t)-A_2(t)]/A_1(t)=0.05$.

$$\frac{A_1(t) - A_2(t)}{A_1(t)} = 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t} \right], \quad (3.40)$$

skąd

$$t \approx \frac{\ln 0.05}{\lambda_2} = 11,52 \text{ dnia} \quad (3.41)$$

Obecnie najbardziej rozpowszechnionym źródłem metastabilnego technetu (^{99m}Tc ; $T_{1/2}=6,01$ h), izotopu szczególnie silnie eksploatowanego w medycynie nuklearnej, jest generator ^{99}Mo ($T_{1/2}=65,5$ h). Rozpad molibdenu do metastabilnego technetu omawialiśmy już, patrz rys. 2.9. Molibden znajduje się w kolumnie chromatograficznej wykonanej z tlenku aluminium, przez którą przepuszcza się roztwór soli fizjologicznej wypłukujący technet. W żargonie laboratoryjnym metastabilny wypłukiwany technet nazywamy „mlekiem”, a molibden – „krową”. Terminy te staną się jaśniejsze później, gdy omówimy zasadę działania generatorów izotopów promieniotwórczych.