

ROZDZIAŁ XII. PODSTAWOWE WIELKOŚCI DOZYMETRYCZNE. OPIS ILOŚCIOWY PROCESÓW JONIZACJI

12.1 Aktywność źródeł promieniotwórczych

Pracując ze źródłami promieniotwórczymi musimy ustalić sposób ich charakteryzacji. Dotyczy ona izotopu lub izotopów, które zawiera źródło promieniowania, aktywności źródła, okresu połowicznego zaniku i rodzaju promieniowania wysyłanego przez źródło. Dane te są niezbędne do oceny skutków działania promieniowania na organizmy, w tym przede wszystkim na człowieka. Zdefiniujemy niżej te pojęcia, gdyż bez ich znajomości trudno się poruszać w świecie promieniotwórczości.

Aktywność źródła

Aktywnością nazywamy liczbę rozpadów promieniotwórczych w źródle, zachodzących w jednostce czasu. Jednostką aktywności jest *bekereel* (od Henri Becquerela, patrz rozdz. I):

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ rozpad/s}$$

Jednostka historyczna – *kiur* jest 10 rzędów wielkości większa:

$$1 \text{ Ci} = 3,70 \cdot 10^{10} \text{ Bq} = 37 \text{ GBq}$$

Aktywność właściwa

Jest to aktywność jednostki masy, objętości lub powierzchni emitujących promieniowanie.

1 Ci jest w przybliżeniu aktywnością właściwą radu (ściśle wynosi ona 36,6 GBq/g).

12.2 Zanik promieniotwórczy

Jeśli w chwili początkowej $t=0$ liczba jąder promieniotwórczych wynosiła N_0 , to po czasie t wynosi ona:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (12.1)$$

gdzie λ jest stałą rozpadu, związaną z okresem połowicznego zaniku ($T_{1/2}$) relacją:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (12.2)$$

Z definicji aktywności wynika, że

$$A = -\frac{dN}{dt} = A_0 e^{-\lambda t} \quad (12.3)$$

W ciele człowieka każda substancja ma charakterystyczny, biologiczny czas połówkowy związany z wydalaniem. Jeśli więc w chwili zero podamy człowiekowi specyfik w ilości M_0 , po czasie t będzie go

$$M = M_0 e^{-\lambda_{\text{Bio}} t} \quad (12.4)$$

Zdarza się także, że wydalanie substancji zachodzi wg bardziej złożonej formuły:

$$M = M_0 \left(A_1 e^{-\lambda_{\text{Bio}}^{(1)} t} + A_2 e^{-\lambda_{\text{Bio}}^{(2)} t} + \dots \right) \quad (12.5)$$

W analizie skutków skażeń promieniotwórczych i wchłonięć substancji promieniotwórczych do organizmu interesuje nas zarówno tempo zaniku aktywności substancji promieniotwórczej, jak i tempo jej wydalania. Istotnym parametrem staje się wtedy efektywna stała zaniku:

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda + \lambda_{\text{Bio}} \quad (12.6)$$

Odpowiedni efektywny czas połowicznego zaniku:

$$\frac{1}{T_{1/2}(\text{eff})} = \frac{1}{T_{1/2}} + \frac{1}{T_{1/2}(\text{Bio})} \quad (12.7)$$

Przy bardziej złożonych zależnościach opisujących wydalanie substancji otrzymamy także bardziej złożone zależności na czasy efektywne, z reguły różne dla różnych narządów lub zespołów biologicznych.

Przykład 1: Biologiczny czas połowicznego zaniku jodu w tarczycy wynosi 64 dni. Czas połowicznego zaniku izotopu ^{131}I wynosi 8 dni. Efektywny czas połówkowy wynosi więc ok. 7,1 dnia.

Przykład 2: ^{133}Xe używany jest w badaniach płuc, gdzie jego biologiczny czas połówkowy wynosi 0,35 min. Dla rozpadu promieniotwórczego czas ten wynosi 5,3 dnia. Tu efektywny czas połówkowy równy jest, z dobrym przybliżeniem, biologicznemu czasowi zaniku.

12.3 Ilość materiału promieniotwórczego

Wprowadzona wcześniej aktywność $A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N$ mówi o liczbie rozpadów zachodzących w jednostce czasu w danej próbce. Nie jest ona tożsama z ilością materiału promieniotwórczego w próbce, tj. liczbą N jąder promieniotwórczych w próbce. W przybliżeniu

$$N(t) = 1.44 A(t) T_{1/2} \quad (12.8)$$

Tak więc, przy odpowiednio krótszym okresie połowicznego zaniku, mała ilość materiału promieniotwórczego może mieć taką samą aktywność, jak duża.

Aktywność skumulowana: Przez aktywność skumulowaną rozumiemy początkową ilość materiału promieniotwórczego

$$N = 1.44 A_0 T_{1/2} \quad (12.9)$$

Dla danej ilości materiału radionuklid o krótkim okresie rozpadu daje większą aktywność.

12.4 Równowaga promieniotwórcza

Jaka jest relacja pomiędzy aktywnością, ilością materiału promieniotwórczego i czasem w trakcie tworzenia materiału promieniotwórczego? Pytanie takie jest w pełni zasadne, gdyż materiał promieniotwórczy tworzy się, ale w tym samym czasie także się rozpada.

W miarę upływu czasu aktywność rośnie, ale też tempo ubywania materiału rośnie. Po pewnym czasie następuje równowaga: tyle samo materiału przybywa, ile ubywa.

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N + Q(t), \quad (12.10)$$

gdzie $Q(t)$ oznacza tempo produkcji izotopu. Stąd

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} + \int_0^t dt' Q(t') e^{-\lambda(t-t')} \quad (12.11)$$

Jeśli $Q=Q_0=\text{const}$:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} + \frac{Q_0}{\lambda} [1 - e^{-\lambda t}] \quad (12.12)$$

Gdy tworzącym się materiałem promieniotwórczym są jądra pochodne (w języku angielskim są one nazywane *daughter nuclei*) wyjściowego materiału promieniotwórczego, zależność aktywności od czasu będzie funkcją obu okresów połowicznego zaniku: jąder macierzystych i pochodnych. Np. $^{90}_{38}\text{Sr}$ rozpada się (okres połowicznego zaniku 29,1 lat) do $^{90}_{39}\text{Y}$, ten zaś do stabilnego $^{90}_{40}\text{Zr}$ z półokresem 64 h. Równania określające więc całość procesu będą następujące:

$$\begin{aligned}
\frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1(t) \\
\frac{dN_2}{dt} &= -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t) \\
\frac{dN_3}{dt} &= \lambda_2 N_2(t)
\end{aligned}
\tag{12.13}$$

gdzie N_1 oznacza liczbę jąder strontu, N_2 – itru, a N_3 – cyrkonu. A zatem:

$$\begin{aligned}
N_1(t) &= N_1(0)e^{-\lambda_1 t} \\
N_2(t) &= N_2(0)e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_1(0)}{\lambda_2 - \lambda_1} [e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}] \\
N_3(t) &= N_3(0) + N_2(0)[1 - e^{-\lambda_2 t}] + \frac{N_1(0)}{\lambda_2 - \lambda_1} [\lambda_2(1 - e^{-\lambda_1 t}) - \lambda_1(1 - e^{-\lambda_2 t})]
\end{aligned}
\tag{12.14}$$

Jeśli jądro pochodne rozpada się szybciej niż macierzyste, to asymptotyczna ilość jąder pochodnych (zakładamy $N_2(0) = 0$) wyniesie:

$$N_2(t) \rightarrow N_1(0) \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \tag{12.15}$$

Zatem: aktywność jądra pochodnego dyktowana jest przez tempo rozpadu jądra macierzystego. Tę sytuację nazywamy *równowagą przejściową* (ang. *transient equilibrium*). W granicznym przypadku $\lambda_1 \ll \lambda_2$ aktywność materiału pochodnego (tj. $\lambda_2 N_2$) zbliża się do aktywności materiału macierzystego ($\lambda_1 N_1$). Mówimy wtedy o *równowadze wiekowej* (ang. *secular equilibrium*).

Jeśli jądro pochodne rozpada się wolniej, w granicy długich czasów i przy założeniu, że $N_2(0) = 0$,

$$N_2(t) \cong N_1(0) \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t}, \tag{12.16}$$

tj. materiał pochodny rozpada się zgodnie ze swym charakterystycznym tempem.

Przykład: Jaki jest potrzebny czas, aby w źródle z początkowo czystego ^{90}Sr otrzymać ^{90}Y o aktywności wynoszącej 95% aktywności jąder strontu?

Dane: $T_{1/2}(^{90}\text{Sr})=29,12$ lat; $T_{1/2}(^{90}\text{Y})=64$ h; $A_2(0)=0$

Poszukujemy czasu, po którym $[A_1(t)-A_2(t)]/A_1(t)=0,05$.

$$\frac{A_1(t) - A_2(t)}{A_1(t)} = 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t} \right], \quad (12.17)$$

Skąd

$$t \approx \frac{\ln 0.05}{\lambda_2} = 11,52 \text{ dnia} \quad (12.18)$$

12.5 Dawka

Dawka ekspozycyjna, to ładunek jonów wytworzonych przez fotony w jednostce masy napromienionej substancji:

$$X = \frac{Q}{m} \quad (12.19)$$

Jednostką dawki ekspozycyjnej jest 1 C/kg.

Jednostką historyczną dawki ekspozycyjnej jest *rentgen* (1 R), czyli dawka od fotonów, wytwarzająca w 1cm³ powietrza w warunkach normalnych (0,001293 g) 1 jednostkę elektrostatyczną jonów każdego znaku.

$$1 \text{ R} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ C/kg powietrza} \quad (12.20)$$

Średnia dawka pochłonięta D, to energia promieniowania zdeponowana w jednostce masy napromienionej substancji:

$$D = \frac{E}{m} \quad (12.21)$$

Jednostką dawki pochłoniętej jest *grej*:

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg} \quad (12.22)$$

Jednostką historyczną tej dawki jest *rad*:

$$1 \text{ rad} = 100 \text{ erg/g} = 0,01 \text{ Gy} \quad (12.23)$$

1 R jest równoważny 0,00876 Gy.

12.6 Kerma (*Kinetic Energy Released in Unit Mass*)

Kerma jest to iloraz sumy początkowych energii kinetycznych cząstek naładowanych, wytworzonych w elemencie materii przez promieniowanie jonizujące pośrednio (a więc np. fotony i neutrony), i masy tego elementu

$$K = \frac{dE_{kin}}{dm} \quad (12.24)$$

Jednostką kermy jest grej (Gy).

12.7 Dawka równoważna (równoważnik dawki)

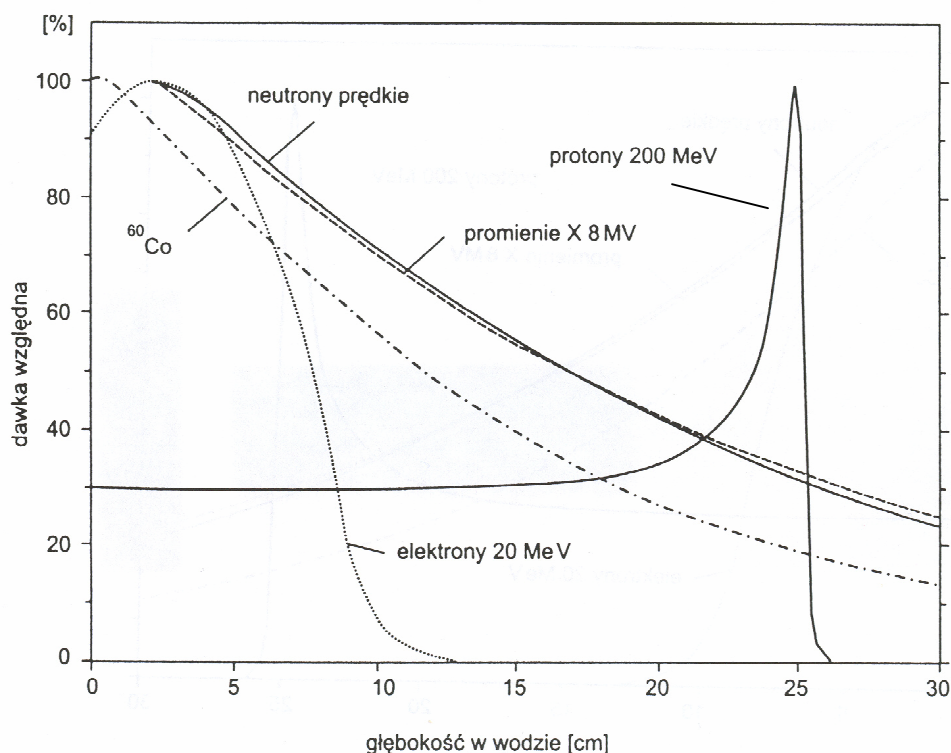
Aby uwzględnić biologiczną skuteczność dawki, wprowadza się pojęcie **dawki równoważnej**. Z definicji jest to dawka pochłonięta (D) pomnożona przez pewien współczynnik w_R biologicznej efektywności promieniowania:

$$H = w_R D \quad (12.25)$$

Choć współczynnik ten nie jest mianowany, nazwa jednostki zmienia się z greja na *siwert* (Sv) – od nazwiska uczonego szwedzkiego Rolfa Sieverta. Współczynniki w_R dla promieniowania różnego rodzaju podaje Tabela 12.1.

Tabela 12.1 Współczynniki jakości promieniowania dla promieniowania różnego rodzaju

Rodzaj i zakres energii promieniowania	w_R
Fotony gamma o dowolnej energii	1
Elektrony i miony o dowolnej energii	1
Neutrony o energiach:	
< 10 keV	5
10 – 100 keV	10
0,1 – 2 MeV	20
2 – 20 MeV	10
> 20 MeV	5
Protony o energii > 2 MeV (bez protonów odrzutu)	5
Cząstki α , ciężkie jony, fragmenty rozszczepienia	20



Rys.12.1 Rozkład dawki w funkcji głębokości wnikania cząstek o różnych energiach w wodę¹

Na rys. 12.1 pokazujemy rozkład dawki (w jednostkach względnych) w funkcji głębokości wnikania cząstki do wody. Wykres ten jest interesujący, gdyż nasze ciało składa się w większości z cząsteczek wody. Pokazuje on w szczególności, że dla cząstek ciężkich (hadronów; tu protony o energii 200 MeV) maksimum dawki pojawia się pod koniec zasięgu cząstki w materii. Obserwowane maksimum nosi nazwę *piku Bragga* i ta własność rozkładu dawki jest dziś intensywnie wykorzystywana w tzw. *terapii hadronowej*.

12.8 Dawka skuteczna

Radioczułość poszczególnych tkanek i narządów jest różna, w związku z czym wprowadza się także pewien współczynnik w_T , który pokazuje względną radioczułość narządów, tj. część dawki równoważnej, którą naświetlono całe ciało. **Dawkę skuteczną** (efektywną) obliczamy wtedy jako

$$E = \sum w_T H_T, \quad (12.26)$$

gdzie H_T jest dawką równoważną otrzymaną przez organ (narząd). Z definicji

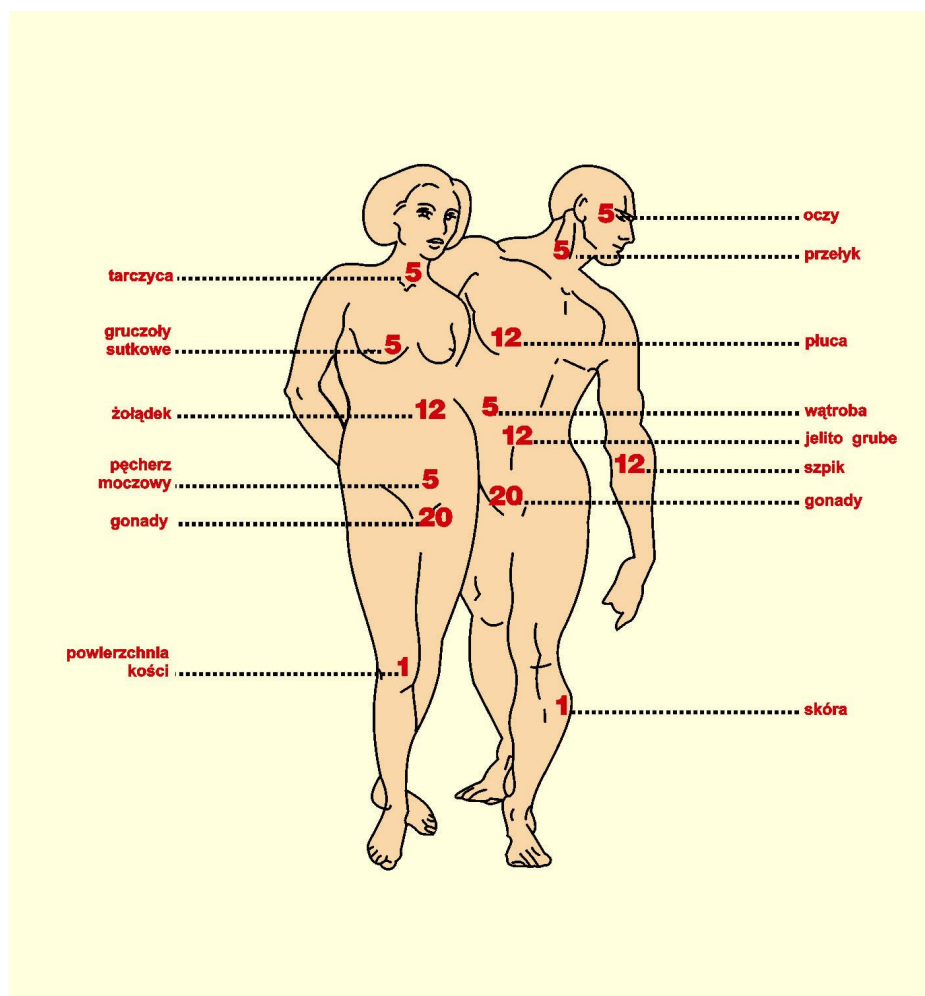
$$\sum w_T = 1 \quad (12.27)$$

Rys. 12.2 podaje względne (w procentach) czynniki wagowe w_T dla poszczególnych narządów. Te i pozostałe współczynniki można znaleźć w Tabeli 12.2.

¹ M.Waligórski, J.Lesiak, w Fizyczne metody diagnostyki medycznej i terapii, PWN, Warszawa (2000), 185; uwaga: w wypadku ^{60}Co mamy dwie energie promieniowania γ : 1,173 MeV i 1,332 MeV.

Tabela 12.2 Współczynniki wagowe w_T dla poszczególnych narządów

Narząd lub tkanka	w_T
Guczoły płciowe (gonady)	0,20
Czerwony szpik kostny	0,12
Jelito grube	0,12
Płuca	0,12
Żołądek	0,12
Pęcherz moczowy	0,05
Guczoły sutkowe	0,05
Wątroba	0,05
Przełyk	0,05
Tarczycza	0,05
Skóra	0,01
Powierzchnia kości	0,01
Pozostałe	0,05
Całe ciało	1,00



Rys. 12.2 Radioczułość poszczególnych narządów: współczynniki wagowe w_T (w procentach)

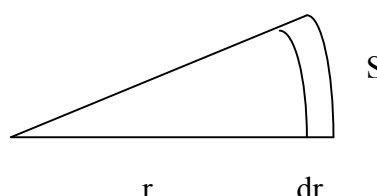
12.9 Moc dawki

Z punktu widzenia działania promieniowania na organizmy nie tylko ważna jest znajomość dawki. Istotną rzeczą jest także wiedza o czasie, w którym dawka była deponowana w organizmie. Dlatego też w ochronie radiologicznej i medycynie ważną wielkością jest tzw. moc dawki, tj. dawka pochłonięta w jednostce czasu:

$$\dot{D} = \frac{dD}{dt} \quad (12.28)$$

Jednostkami mocy dawki mogą być: 1 Gy/rok, 1 mGy/h itp.

W odległości r od źródła punkowego gamma o aktywności A na powierzchnię S pada w ciągu jednej sekundy $AS/4\pi r^2$ fotonów. W warstwie o grubości dr , a zatem w objętości Sdr , pochłaniana energia wynosi



$$(AS/4\pi r^2)E_\gamma \mu dr, \quad (12.29)$$

gdzie μ jest liniowym współczynnikiem absorpcji, a E_γ energią fotonów. Moc dawki (liczona w Gy/s) wynosi więc

$$(AS/4\pi r^2)E_\gamma \mu dr / Sdr = (A/4\pi r^2)E_\gamma (\mu/\rho) \quad (12.30)$$

Moc dawki jest więc proporcjonalna do masowego współczynnika absorpcji (μ/ρ) . Po odrobinie przekształceń algebraicznych otrzymamy:

$$\dot{D}_\gamma [\text{Gy/h}] = 4,589 \cdot 10^{-9} \frac{A[\text{kBq}]}{(r[\text{m}])^2} E_\gamma [\text{MeV}] \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \right] \quad (12.31)$$

12.10 Jonizacja ośrodków – opis ilościowy

12.10.1 Przechodzenie promieniowania gamma przez materię

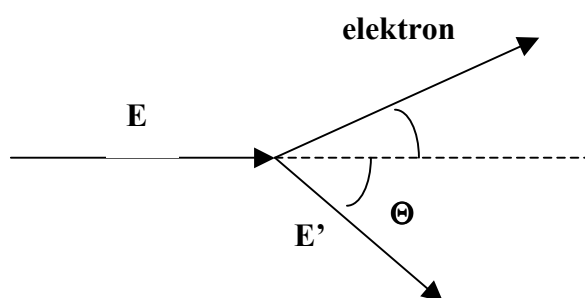
Jak mówiliśmy, przy przechodzeniu fotonów przez materię należy uwzględniać trzy mechanizmy oddziaływania, a mianowicie: efekt fotoelektryczny, efekt Comptona i zjawisko tworzenia par elektron-pozyton. Prawdopodobieństwo zajścia tych zjawisk zależy od energii fotonu i liczby atomowej ośrodka. Poniżej podajemy wzory na przekroje czynne związane z tymi zjawiskami.

Zjawisko fotoelektryczne:

$$\sigma_f = CZ^n / E_\gamma^{3,5}, \quad (12.32)$$

gdzie $n = 4-5$ w zależności od energii fotonu

Zjawisko Comptona:



Rys. 12.3 Kinematyka rozpraszania komptonowskiego fotonu o energii początkowej E na elektronie. W wyniku rozproszenia foton przekazuje część swej energii elektronowi, a sam rozprasza się z energią E' – wzór (12.33)

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (12.33)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Zr_0^2 \left(\frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)} \right)^2 \left(\frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right) \left[1 + \frac{\alpha^2 (1 - \cos \theta)^2}{(1 + \cos^2 \theta)[1 + \alpha(1 - \cos \theta)]} \right] \quad (12.34)$$

gdzie $\alpha = E/m_0 c^2$, a r_0 - klasyczny promień elektronu.

Całkowity przekrój czynny [$\text{cm}^2/\text{elektron}$] na rozpraszanie:

$$\sigma_C = 2\pi \left(\frac{e^2}{m_0 c^2} \right)^2 \left\{ \frac{1 + \alpha}{\alpha^2} \left[\frac{2(1 + \alpha)}{1 + 2\alpha} - \frac{\ln(1 + 2\alpha)}{\alpha} \right] + \frac{\ln(1 + 2\alpha)}{2\alpha} - \frac{1 + 3\alpha}{(1 + 2\alpha)^2} \right\} \quad (12.35)$$

Przekrój czynny na absorpcję związaną z rozpraszaniem comptonowskim wynosi:

$$\sigma_c^{(a)} = 2\pi \left(\frac{e^2}{m_0 c^2} \right)^2 \times \left\{ \left(\frac{2(1+\alpha)^2}{\alpha^2(1+2\alpha)} - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} - \frac{(1+\alpha)(2\alpha^2-2\alpha-1)}{\alpha^2(1+2\alpha)^2} - \frac{4\alpha^2}{3(1+2\alpha)^3} - \left[\frac{(1+\alpha)}{3} - \frac{1}{2\alpha} + \frac{1}{2\alpha^3} \right] \ln(1+2\alpha) \right\} \quad (12.36)$$

Przekrój czynny na utworzenie pary elektron-pozyton [cm²/atom]:

$$\sigma_p = \frac{1}{137} \left(\frac{e^2}{m_0 c^2} \right)^2 Z^2 f(h\nu), \quad (12.37)$$

gdzie $f(h\nu)$ rośnie najpierw logarymicznie, a dla dużych energii przechodzi w wartość stałą:

$$f = \frac{28}{9} \ln \frac{183}{Z^{1/3}} - \frac{2}{27} \quad (12.38)$$

12.10.2 Jonizacja ośrodka przez elektrony

Cząstki alfa, protony czy elektrony na swojej drodze w materii napotykają jądra i elektrony i zderzają się z nimi. W wyniku zderzeń przekazują część lub całość swej energii do obiektu, z którym się zderzają. W trakcie zderzeń cząstka padająca może zmienić kierunek - mówimy wtedy o rozpraszaniu. Szczególnie prawdziwe jest to dla elektronów, które na swojej drodze przez materię potrafią zmienić wielokrotnie kierunek, tracąc w trakcie kolejnych zderzeń część swej energii (rys.12.3). Całkowita utrata energii jest równoznaczna z zatrzymaniem się cząstki. Biorąc pod uwagę możliwość drogi zygzakowatej, przez *zasięg* nie będziemy rozumieli długości całej przebytej drogi, ale tylko dystans liczony wzdłuż początkowego kierunku padania cząstki.

Szczególnie interesującym nas procesem jest wybijanie elektronów z atomów, tj. jonizacja ośrodka. Należy przy tym mieć na uwadze, że elektron wybity z atomu może mieć energię wystarczającą do jonizowania innych atomów na swej drodze. Elektrony takie, dla odróżnienia od elektronów z wiązki padającej, nazywamy elektronami δ . Pełnią one bardzo istotną rolę w jonizacji ośrodka.

Elektron w materii traci energię na:

- Zderzenia (oddziaływanie kulombowskie)
- Procesy radiacyjne (promieniowanie hamowania)

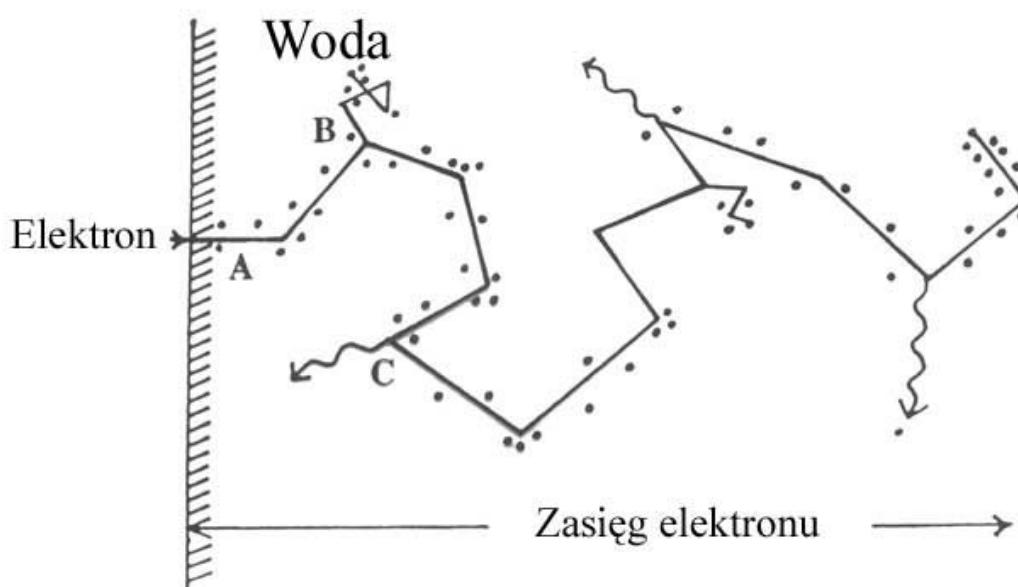
Straty energii na jednostkę drogi (tzw. *zdolność hamowania*), związane ze zderzeniami, opisuje wzór²:

² J.E.Turner, „Atoms, Radiation, and Radiation Protection”

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_c = \frac{5,08 \cdot 10^{-31} NZ}{\beta^2} [G(\beta) - \ln I_{eV}] \text{ MeV} \cdot \text{cm}^{-1}, \quad (12.39)$$

gdzie

$$G(\beta) = \ln(3,61 \cdot 10^5 \tau \sqrt{\tau(\tau+2)}) + \frac{1-\beta^2}{2} \left[1 + \frac{\tau^2}{8} - (1+2\tau) \ln 2 \right], \quad (12.40)$$



Rys. 12.3 Ilustracja przebiegu elektronów w wodzie. Elektron na swej drodze nie tylko ulega rozproszeniom (w punktach A, B, C...), w wyniku których może powstać tzw. promieniowanie hamowania (np. w p. C); elektron jonizuje także ośrodek

W (12.40) $\tau = T/m_e c^2$, gdzie T oznacza energię kinetyczną elektronu. Wzór (12.40) modyfikuje się trochę, gdy obliczamy zdolność hamowania dla pozytonów. Dla elektronów o energii 1 MeV $\beta^2 = (V/c)^2 = 0,886$, a $\tau = 1,96$.

Straty radiacyjne (na promieniowanie hamowania) opisane są równaniem:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_r = \frac{NEZ(Z+1)e^4}{137m_0^2 c^4} \left(4 \ln \frac{2E}{m_0 c^2} - \frac{4}{3} \right) \quad (12.41)$$

Z dobrym przybliżeniem

$$\frac{(dE/dx)_r}{(dE/dx)_c} \approx \frac{EZ}{700} \quad (12.42)$$

gdzie energia całkowita E jest wyrażona w MeV.

Absorpcja i zasięg elektronów

Natężenie wiązki elektronów po przejściu przez absorbent o grubości x można w przybliżeniu opisać jako :

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (12.43)$$

Masowy współczynnik absorpcji μ/ρ dla elektronów jest w przybliżeniu stały i niezależny od właściwości materiału:

$$\mu/\rho = \frac{17}{E_{\max}^{1,14}} \text{ [cm}^2/\text{g]} \quad (12.44)$$

gdzie $E_{\max}$ – maksymalna energia w widmie ciągłym β .

Na przykład, maksymalny zasięg (w mm) promieniowania beta w aluminium można opisać relacją:

$$R_{\max} = \begin{cases} 0.542E_{\max} - 0,133 & \text{dla } 0,8 \text{ MeV} < E_{\max} < 3 \text{ MeV} \\ 0,407E_{\max}^{1,38} & \text{dla } 0,15 \text{ MeV} < E < 0,8 \text{ MeV} \end{cases} \quad (12.45)$$

Zależność zasięgu elektronów w wodzie od ich energii pokazuje rys.12.4.

Zdolność hamowania zależy silnie od rodzaju i energii cząstki. Dla cząstek ciężkich o energii porównywalnej z prędkością elektronów orbitalnych absorbenta, zdolność hamowania opisuje klasyczna formuła Bethego:

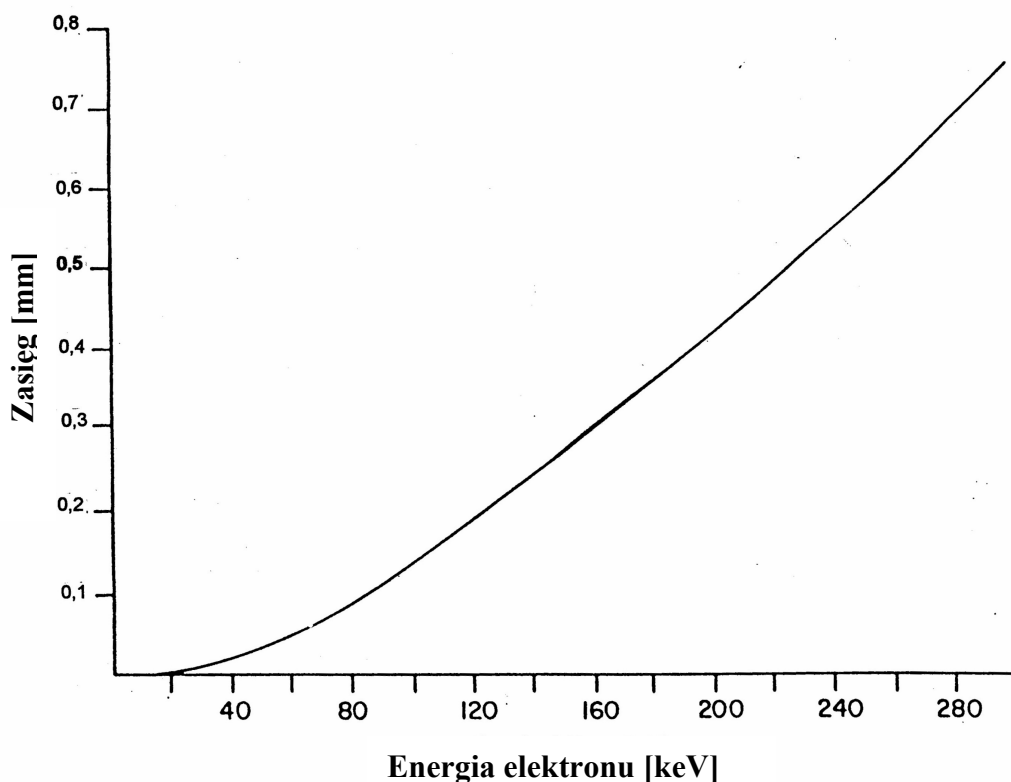
$$-\frac{dE}{dx} = k_0^2 \frac{4\pi e^4 z^2}{m_e c^2 \beta^2} N Z \left[\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 \right] \quad (12.46)$$

gdzie $k_0 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$
 m_e, e – masa i ładunek elektronu,
 $\beta = V/c$
 V, z – prędkość i ładunek cząstki,

N, Z – liczba atomów w jednostce objętości i liczba atomowa absorbenta
 I – średni potencjał jonizacji lub wzbudzenia atomów absorbenta, który opisuje wzór półempiryczny:

$$I = 9,1Z \left(1 + \frac{1,9}{Z^{2/3}} \right) eV \quad (12.47)$$

$\beta = v/c$ – nieistotnie małe dla nierelatywistycznych prędkości cząstek.



W wypadku cząstki nierelatywistycznej ($\beta \ll 1$) wzór (12.46) można zapisać jako:

$$-\frac{dE}{dx} = k_0^2 \frac{4\pi e^4 z^2}{m_e c^2 \beta^2} N Z \ln \frac{m_e V^2}{hf}, \quad (12.48)$$

gdzie V oznacza prędkość cząstki, a f jest częstością orbitalną elektronu dla danej orbity, a więc stosunkiem prędkości elektronu na danej orbicie atomowej do obwodu tej orbity ($f = v/2\pi r$).

Zasięg cząstki X o liczbie masowej Z i liczbie atomowej A:

$$R_X(E / A) = \frac{A}{Z^2} r_p(E / A), \quad (12.49)$$

gdzie r_p – zasięg protonów. Zasięg liczony jest wzdłuż kierunku padającej cząstki. Ponieważ dla cząstek ciężkich odchylenia od kierunku padania są z reguły bardzo niewielkie, zasięg w tym wypadku pokrywa się z drogą przebywaną przez cząstkę do momentu zatrzymania się w materii.

Powyższa relacja (12.48) nie jest słuszna dla niskich energii, kiedy to wychwyt elektronów zmienia stan ładunkowy cząstki.

Przedstawiony na rys. 12.1 rozkład dawki w wodzie dla hadronów jest odzwierciedleniem zdolności hamowania w funkcji głębokości wnikania hadronu w wodę.