



ĆWICZENIE	LABORATORIUM FIZYKI ATOMOWEJ I JĄDROWEJ
12	Dyfrakcja elektronów
Data pomiaru: .....	
Imię i nazwisko: .....	
Imię i nazwisko: .....	

### 1. CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest obserwacja zjawiska dyfrakcji wiązki elektronów i potwierdzenie falowej natury elektronów przez obserwację ich dyfrakcji na sieci krystalicznej grafitu.

### 2. UKŁAD DOŚWIADCZALNY

Zestaw ćwiczeniowy (rys. 1) stanowią:

- lampa elektronowa (z dodatkowym magnesem) – rys. 4,
- zasilacz ( $U_Z = 6,3 \text{ V}$ ,  $U_A = 0 - 4,5 \text{ kV}$ ),
- linijka, cyrkiel.

### 3. WSTĘP TEORETYCZNY

Ruch falowy to rozchodzenie się (w czasie lub przestrzeni) powtarzającej się (rytmicznej, pulsującej, periodycznej) zmiany pewnej wielkości. Tą wielkością może być np. odchylenie poziomu wody w danym punkcie od pewnej powierzchni – tak rozchodzą się fale na powierzchni wody. Wielkość tego odchylenia to amplituda fali. Faza opisuje stopień odchylenia od poziomu odniesienia i zmiany tego odchylenia.

Wzajemnie sprzężone i prostopadłe do siebie pola elektryczne i magnetyczne, których natężenie zmienia się cyklicznie, gdy rozchodzą się w próżni z prędkością  $300\,000 \text{ km/s}$ , to fale elektromagnetyczne (światło, fale radiowe, mikrofały...). Rozchodzące się w przestrzeni zgęszczenie i rozrzedzenie powietrza, czyli zmiany ciśnienia, to z kolei fale akustyczne (dźwiękowe).

Falę nazywamy „poprzeczną”, gdy zmiana parametru zachodzi prostopadle do kierunku rozchodzenia się – tak jest w przypadku fal elektromagnetycznych. Falę nazywamy „podłużną”, gdy zmiany zachodzą wzdłuż kierunku rozchodzenia się - takimi falami są fale akustyczne.

Długość fali (zwykle oznaczana literą  $\lambda$ ) to najmniejsza odległość punktów o jednakowej fazie, czyli mających tę samą wartość i podlegających takim samym zmianom. Czoło fali to powierzchnia łącząca punkty o jednakowej fazie, a promień fali jest to prosta prostopadła (a właściwie – normalna) do powierzchni czoła fali. Okres zmienności fali ( $T$ ) to czas, po którym następuje powrót do tej samej fazy, zaś częstotliwość fali (oznaczana literą  $f$  bądź grecką  $\nu$  – czyt. „niu”) to jego odwrotność:  $T=1/\nu$ . Łatwo obliczyć, że jeśli fala porusza się z prędkością  $V$ , to długość fali wynosi  $\lambda=V\cdot T=V/\nu$ .



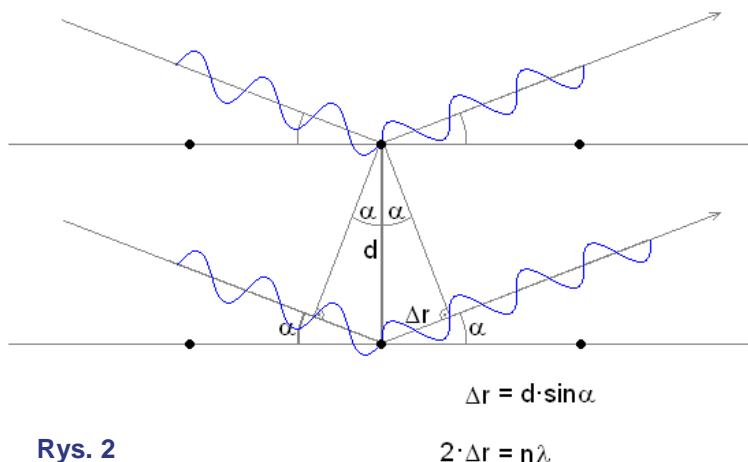
Rys. 1

Zasada Huygensa (czyt.: *hojchensa*), którą sformułował Christiaan Huygens, mówi, że każdy punkt ośrodka, do którego dotarło czoło fali, można uważać za źródło nowej fali kulistej. Fale te zwane są falami cząstkowymi i nakładają się na siebie (czyli interferują ze sobą). To właśnie efekt tego nakładania obserwujemy w ośrodku. Zasada Huygensa pozwala wyjaśnić:

- odbicie fali na granicy dwóch ośrodków,
- załamanie fali przy przejściu do ośrodka o innej prędkości rozchodzenia się fal,
- ugięcie fali na przeszkodzie,
- interferencję, czyli nakładanie się ciągów fal: jeżeli nakładające się ciągi mają tę samą fazę – nastąpi wzmocnienie, przy fazach przeciwnych – następuje wygaszenie;

Zasada Huygensa nie określa jednak amplitudy fali. W ogólnym przypadku amplituda ta będzie zależała od geometrii układu i kierunku, w którym fala się porusza.

Zjawisko interferencji może następować np. wtedy, gdy spotykają się fale rentgenowskie odbite od różnych płaszczyzn atomowych kryształów. Sytuację taką ilustruje rys. 2. Czarne kropki to atomy sieci krystalicznej. Poszczególne płaszczyzny sieci są odległe o odległość  $d$ . Ciąg fal odbitych od górnej płaszczyzny pod kątem  $\alpha$  pomiędzy płaszczyzną kryształu i promieniem padającym, może nałożyć się na ciąg fal odbitych od płaszczyzny dolnej. Fazy obu ciągów będą takie same wtedy i tylko wtedy, gdy różnica dróg optycznych  $\Delta r$  jest całkowitą wielokrotnością długości fali. Następuje wtedy tzw. interferencja konstruktywna i można zaobserwować duże natężenie promieniowania rozproszonego pod tym kątem. W innych przypadkach interferencja nie jest konstruktywna i natężenie promieniowania rozproszonego jest bardzo małe. Analiza rysunku pozwala na wyrażenie warunku na interferencję konstruktywną w sposób matematyczny:



Rys. 2

gdzie  $n$  to tzw. rząd ugięcia,  $\lambda$  to długość fali promieniowania,  $d$  to odległość pomiędzy płaszczyznami atomowymi, zaś  $\alpha$  to kąt, pod jakim następuje wzmocnienie. Warto w tym miejscu zauważyć, że pomiędzy kąt pomiędzy falą padającą na siatkę a falą rozproszoną wynosi  $2\alpha$ .

$$n \cdot \lambda = 2d \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

Stosując powyższy opis cały czas traktujemy promieniowanie rentgenowskie jak fale, jednak zgodnie z falowo-korpuskularnym dualizmem natury można przypisać mu także energię  $E$  i pęd  $p$ , czyli wielkości charakterystyczne dla cząstek. Wyrażają się one wzorami:

$$E = h \cdot \nu, \quad p = E/c \quad (2)$$

gdzie  $h$  to tzw. stała Plancka ( $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ ), a  $c$  to oczywiście prędkość fal elektromagnetycznych (czyli światła) w próżni ( $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ). Analogicznie poruszającym się cząstkom (w tym elektronom) można przypisać pewną częstotliwość i długość fali. Proste przeliczenia pokazują, że:

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{p^2}{2mh}, \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad (3)$$

gdzie  $m$  to masa cząstki. Jeśli cząstkami tymi będą elektrony przyspieszane w polu o różnicy potencjałów  $U$  (w woltach), ich energia kinetyczna będzie wynosiła  $E = e \cdot U$  (gdzie  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ), zatem można też obliczyć długość fali elektronu w zależności od przyspieszającego go napięcia:

$$eU = \frac{h^2}{2m \lambda^2} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} \quad (4)$$

Podstawiając do powyższych wzorów ładunek i masę elektronu ( $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg) oraz stałą Plancka stwierdzimy, że pomiędzy napięciem przyspieszającym  $U$  a długością fali elektronów  $\lambda$  występuje prosty związek:

$$\lambda = 1,227 \cdot U^{-1/2} \quad (5)$$

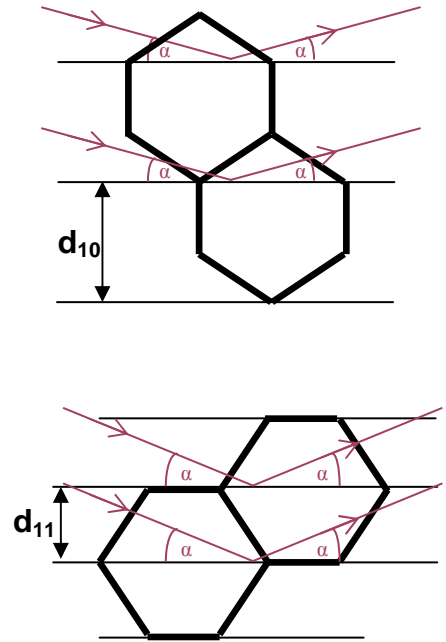
gdzie napięcie wyrażone jest w voltach (V), a długość fali w nanometrach (nm). Na przykład dla  $U = 4$  kV otrzymujemy długość fali ok. 0,02 nm. W ćwiczeniu elektrony są przyspieszane regulowanym przez nas napięciem  $U$  i padają na folię grafitową, w której atomy ułożone są w charakterystyczny wzór sześciokąta foremnego.

Jak widać na rysunku 3, atomy grafitu leżą na płaszczyznach, których najmniejsze odległości od siebie wynoszą  $d_{11} = 0,123$  nm oraz  $d_{10} = 0,213$  nm. Z warunku Bragga wynika zatem, że dla tej samej długości fali elektrony będą rozpraszane pod dwoma różnymi kątami w zależności od płaszczyzny, od której się odbijają:

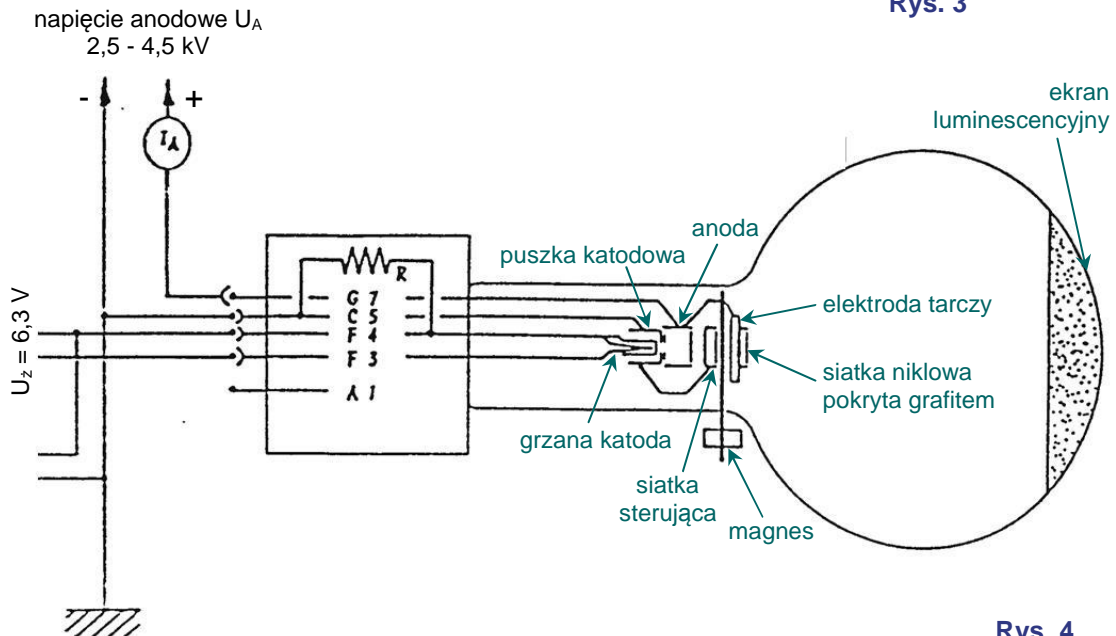
$$\begin{aligned} \lambda &= 2d_{11} \cdot \sin\alpha_{11} \\ \lambda &= 2d_{10} \cdot \sin\alpha_{10} \end{aligned} \quad (6)$$

Ponieważ ziarna proszku mają przypadkową orientację, uginanie się wiązek będzie zachodziło we wszystkich kierunkach przestrzeni, tworzących z kierunkiem wiązki padającej kąt  $2\alpha$ . Inaczej mówiąc wiązki ugięte będą tworzyły stożek o kącie rozwarcia  $4\alpha$ , a na ekranie ustawionym prostopadłe do osi tego stożka zobaczymy pierścienie (przecięcie stożka z płaszczyzną ekranu).

Schemat lampy elektronowej pokazany jest na rys. 4.



Rys. 3



Rys. 4

Ponieważ elektrony są cząstkami posiadającymi ładunek elektryczny, to w trakcie ruchu oddziałują z polem magnetycznym. Wartość, kierunek i zwrot tego działania opisuje tzw. siła Lorentza. Dowodem na jej istnienie jest fakt, że magnes umieszczony w pobliżu układu pomiarowego wpływa na ruch elektronów w wiązce. Dzięki temu można przesuwać obraz dyfrakcyjny na ekranie luminescencyjnym oraz wpływać na jego ostrość. W podobny sposób działają ekrany telewizorów kineskopowych.

#### 4. PRZEBIEG DOŚWIADCZENIA

##### A)

- Połączyć układ elektryczny wg schematu (rys. 4), po uzyskaniu zgody opiekuna uruchomić zasilanie i odczekać 1 minutę, aby grzana katoda osiągnęła stan równowagi;
- Zwiększać stopniowo napięcie anodowe  $U_A$  w granicach 2,5 – 4,5 kV i obserwować pojawianie się pierścieni dyfrakcyjnych;

**UWAGA: wykonując ćwiczenie nie wolno przekraczać 4,5 kV!**

- Zainstalować magnes w okolicy działa elektronowego;
- Obserwować powiększony wzór siatki niklowej z naniesionym na niej w przypadkowy sposób grafitem (działko elektronowe zachowuje się tu w sposób bardzo podobny do mikroskopu elektronowego o powiększeniu ok. 30 razy);
- Manipulując magnesem dookoła połączenia szyjki z bańką lampy obserwować zmiany ostrości obrazu wywołane zmianami miejsca padania zbieżnej wiązki elektronów na próbkę.

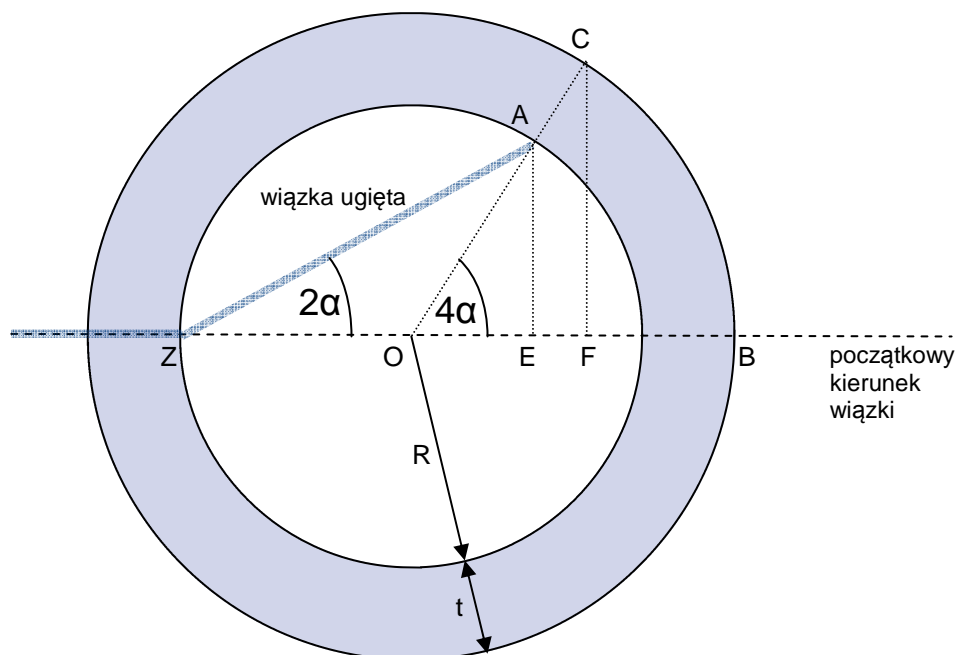
##### B)

B1) Dla każdego z napięć anodowych podanych w tabeli 1 należy zmierzyć 3-krotnie wewnętrzną i zewnętrzną średnicę każdego z dwóch pierścieni dyfrakcyjnych, a następnie obliczyć ich średnie wartości. Do proponowanych pomiarów należy stosować cyrkiel, linijkę lub cokolwiek innego – wybór metody będzie zależał od pomysłowości eksperymentatora.

B2) Wykorzystując wartości średnie wyliczone w punkcie B1, wyznacz średnice obu pierścieni, uwzględniając poprawkę (patrz rys. 5) na promień wewnętrzny lampy ( $R = 66,0$  mm) i grubość szkła (1,5 mm). Ekstrapolowane wartości średnic ( $D$ ) należy wpisać do tabeli 2 i na podstawie tak zebranych danych sporządzić wykres zależności  $D$  od napięcia anodowego, a jeszcze lepiej od  $(U_A)^{-1/2}$ .

C) Podać wnioski; uwzględnić możliwe błędy pomiarowe.

## JAK UWZGLĘDNIĆ GRUBOŚĆ SZKŁA BAŃKI?



Rys. 5 Widok z boku na lampę z mozaiką kryształów grafitu

Mozaika kryształków grafitu znajduje się w punkcie Z. Wiązka elektronowa trafia na ściankę bańki w punkcie A i wzbudza w nim świecenie luminoforu. Świecenie to obserwujemy jednak na powierzchni bańki, gdyż światło to przechodzi przez szkło pokonując dodatkowo jeszcze dystans zbliżony do odcinka AC. Zmierzona średnica  $D$  obrazu dyfrakcyjnego równa się zatem podwójnej długości odcinka CF. Jak uwzględnić grubość szkła?

Kąt  $\alpha$  można obliczyć wykorzystując zależność pomiędzy kątem wpisanym (tutaj  $2\alpha$ ) i środkowym w okręgu (tutaj  $4\alpha$ ) oraz definicję funkcji sinus:

$$\sin(4\alpha) = \frac{|AE|}{|OA|}$$

Długość odcinka OA jest znana i wynosi  $R$ . Promień bańki szklanej wynosi  $R = (66 \pm 1)$  mm, a grubość bańki  $t = 1,5$  mm. Potrzebna jest jeszcze długość odcinka AE.

Z podobieństwa trójkątów OAE i OCF widać, że:

$$\frac{|AE|}{|CF|} = \frac{|OA|}{|OC|} = \frac{R}{R+t} \quad \text{zatem} \quad |AE| = \frac{R}{R+t} \cdot \frac{1}{2} D$$

Podstawiając odpowiednie wartości do pierwszego wzoru uzyskujemy:

$$\sin(4\alpha) = \frac{\frac{1}{2} D}{R+t}$$

Ten sam wzór powstanie, jeśli zastosuje się nieco inną, lecz równie prawdziwą definicję sinus:

$$\sin(4\alpha) = \frac{|CF|}{|OC|}$$

gdzie za wartości  $|CF|$  i  $|OC|$  można podstawić bezpośrednio wartości  $\frac{1}{2}D$  i  $R+t$ .

Zupełnie innym sposobem na obliczenie wartości kąta  $\alpha$  jest zmierzenie średnicy okręgów wzdłuż obwodu bańki. Wtedy zmierzona długość  $L$  odpowiada podwójnej długości łuku (BC) o promieniu OC równym  $R+t$ . Z definicji kąta uzyskujemy wtedy:

$$4\alpha = \frac{(BC)}{|OC|} = \frac{\frac{1}{2} L}{R+t}$$

TABELA 1 (zadanie B1)

napięcie anodowe $U_A$ [kV]	ŚREDNICE PIERŚCIENI					
	WEWNĘTRZNEGO			ZEWNĘTRZNEGO		
	granica dolna [mm]	granica górna [mm]	wartość średnia [mm]	granica dolna [mm]	granica górna [mm]	wartość średnia [mm]
2,5						
3,0						
3,5						
4,0						
4,5						

TABELA 2 (zadanie B2)

$U_A$ [V]	$(U_A)^{-0,5}$ [V <sup>-0,5</sup> ]	$D$	
		wewnętrzna	zewnętrzna
2500	0,0200		
3000	0,0183		
3500	0,0169		
4000	0,0158		
4500	0,0149		