Narodowe Centrum Badań Jądrowych
Dział Edukacji i Szkoleń
ul. Andrzeja Sołtana 7, 05-400 Otwock-Świerk

ĆWICZENIE 1

L A B O R A T O R I U M   F I Z Y K I   A T O M O W E J   I   J Ą D R O W E J

Zastosowanie pojęć analizy statystycznej do opracowania pomiarów promieniowania jonizującego

Data pomiaru: ………………..…….

Imię i nazwisko: ………………………………………………………..…………………………...

Imię i nazwisko: ………………………………………………………..…………………………...

1. CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest sprawdzenie, czy rozrzut liczby cząstek (z rozpadu promieniotwórczego danego izotopu) zarejestrowanych w detektorze, ma charakter statystyczny i jakie są cechy otrzymanego rozkładu statystycznego.

2. UKŁAD DOŚWIADCZALNY

Zestaw ćwiczeniowy (rys. 1) stanowią:

- detektor promieniowania jonizującego (np. sonda scyntylacyjna NaI(Tl) lub detektor G-M),
- źródło promieniotwórcze,
- domek osłonowy,
- zasilacz wysokiego napięcia,
- wzmacniacz impulsów,
- dyskryminator amplitudy impulsów,
- przelicznik impulsów.

3. WSTĘP TEORETYCZNY

Często okazuje się, że obserwowane przez nas procesy mają charakter statystyczny. To znaczy, że nie mamy pewności, że po zdarzeniu A zawsze zachodzi zdarzenie B, możemy tylko określić średnie prawdopodobieństwo tego, że po A zdarza się B. Takimi wielkościami, jak mówimy - statystycznymi - są np.:

- liczba cząstek z rozpadu promieniotwórczego określonego izotopu, zarejestrowana przez przelicznik w danym odstępie czasu,
- liczba jonizacji atomów ośrodka przy przejściu przez cząstkę jonizującą jednostki długości drogi w materiale detektora.

Celem ćwiczenia jest sprawdzenie, jak zmienia się rozrzut liczby zliczeń cząstek dochodzących do detektora w czasie 1 sekundy, gdy zmieniamy czas trwania pojedynczego pomiaru t_p. W tym celu wykonujemy:

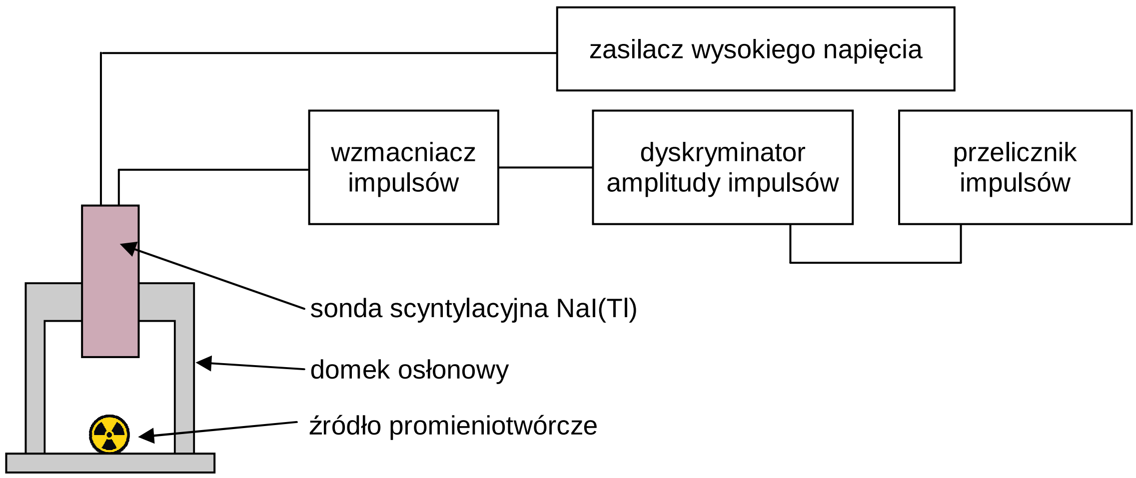
- 50 pomiarów z $t_p = 1$ s,
- 20 pomiarów z $t_p = 10$ s,
- 10 pomiarów z $t_p = 100$ s,

a wszystkie wyniki zapisujemy w tabelach (jedna dla każdej serii pomiarowej).

Opracowując wyniki każdej serii pomiarowej należy:

1. sporządzić *histogram*, tj. wykres pokazujący ile razy otrzymaliśmy liczby z wybranego przez nas przedziału zliczeń. Na przykład, możemy przyjąć, że interesuje nas liczba przypadków pojawienia się zliczeń pomiędzy 0 a 9, następnie 10-19, 20-29, itd. Histogram pokazuje nam, jaka jest częstość występowania określonej liczby zliczeń;
2. obliczyć na podstawie histogramu średnią liczbę zliczeń $\overline{N}$ (na sekundę) w danej serii:

$$\overline{N} = \frac{\sum k_j n_j}{L} \tag{1}$$



Rys. 1 Schemat blokowy układu pomiarowego

gdzie k_j - częstość pojawienia się liczby n_j w j-tym przedziale histogramu, L - całkowita liczba pomiarów;

3. obliczyć tzw. *średnie odchylenie standardowe σ(N)*:

$$\sigma^2(N) = \frac{\sum k_j \left(n_j - \overline{N}\right)^2}{L-1} \tag{2}$$

Interpretacja takiego odchylenia jest następująca: w przedziale ±σ wokół średniej wartości $\overline{N}$ powinno się znaleźć około 68% wyników. Wielkość σ utożsamiamy często z niepewnością wyniku pomiarowego dla pojedynczego zliczenia. Niepewność wartości średniej arytmetycznej, $\overline{N}$:

$$\sigma\left(\overline{N}\right) = \frac{\sigma(N)}{\sqrt{L}} \tag{3}$$

Być może takie rozumienie niepewności pomiaru wydaje się dziwne, ale jest ono konsekwencją pewnej umowy uczonych – umowy opartej o prawa rozkładów statystycznych rządzących wynikami pomiarowymi.

Można wykazać, że $\sigma^2 \approx \overline{N}$ dla dużej liczby pomiarów L, możemy więc posługiwać się przybliżeniem, zgodnie z którym otrzymanej liczbie N zliczeń przypisujemy niepewność wynoszącą $\sqrt{N}$.

ROZKŁAD NORMALNY

Wielokrotne powtarzanie pomiaru pozwala na określenie rozkładu prawdopodobieństwa, *P(N)*, podającego, że w danym odstępie czasu zaistnieje *N* zdarzeń, przy średniej częstości *m* ich występowania.

Jeżeli spełnione są warunki:

- niezależność obserwowanych zdarzeń - pojawienie się oczekiwanego zdarzenia (np. *N* zliczeń na sekundę) jest niezależne od poprzednich zdarzeń tego typu (w tym zadaniu - poprzednich zliczeń na sekundę),
- prawdopodobieństwo pojawienia się jakiegokolwiek zdarzenia w czasie Δt jest proporcjonalne do długości tego odcinka czasu,

to praktyce laboratoryjnej do opisu rozkładu prawdopodobieństwa posługujemy się zazwyczaj *rozkładem Gaussa*, zwanym niekiedy *rozkładem normalnym*, opisywanym przez funkcję:

$$\mathrm{P(N)} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\mathrm{N}-\mathrm{m})^2}{2\sigma^2}\right)$$

a z danych doświadczalnych wyznaczamy oba parametry tej funkcji: wartość średnią *m*, oraz parametr σ^2 zwany „wariancją” rozkładu.

Parametr σ [litera grecka „sigma”], zwany często „odchyleniem standardowym” ma taki sens, że:

- w przedziale wartości <m – σ, m + σ> mieści się ~68,3 % wyników pomiarów,
- w przedziale wartości <m – 2σ, m + 2σ> mieści się ~95,6 % wyników pomiarów,
- w przedziale wartości <m – 3σ, m + 3σ> mieści się ~99,7 % wyników pomiarów.

4. PRZEBIEG DOŚWIADCZENIA

UWAGA: wszelkie operacje ze źródłami promieniowania przeprowadza obsługa laboratorium!

A) Przed włączeniem zasilacza należy sprawdzić i ewentualnie skorygować ustawienie elementów regulacyjnych aparatury elektronicznej:

- zasilacz ZWN-21:
  - wciśnięty przycisk „0 – 1000 V”,
  - potencjometr „HT CONTROL” na „0,00” (gałka regulatora przekręcona w lewe skrajne położenie);
- dyskryminator DP-21:
  - wciśnięty przycisk „+”,
  - potencjometr „THRESHOLD” ustawiony na wartości ▢[1];
- wzmacniacz WL-21:
  - potencjometr „x▢ ↔ x▢” ustawiony na wartości „0,0”,
  - przycisk „GAIN” wciśnięty na ▢,
  - przycisk „SHAPING” wciśnięty na ▢ μs;
- Przelicznik impulsów P-44:
  - wciśnięty przycisk „PRESET TIME”,
  - wciśnięty przycisk „MULTIPLIER”: x▢,
  - wciśnięty przycisk „SECONDS” odpowiednio na t_p = 1 s, 10 s, 100 s.

B) Włączyć zasilanie aparatury:

- w tym celu należy we wszystkich blokach układu pomiarowego wcisnąć przyciski z napisem „POWER”;
- następnie w zasilaczu ZWN-21 przekręcić gałkę potencjometru na wartość ▢ (w prawo, aż do oporu mechanicznego).

C) Dokonać 3 pomiarów *biegu własnego układu (tła)* n_t dla t_p = 100 s. Otrzymane wyniki zapisać w tabeli 1. Obliczyć średnią wartość $\overline{N}_t$ (na jedną sekundę).

D) Po wykonaniu powyższych czynności do domku osłonowego zostanie włożone źródło promieniowania, a domek zostanie zamknięty.

E) Wykonać serię 50 pomiarów liczby impulsów przy czasie pomiaru t_p = 1 s. W tym celu w przeliczniku P-44 nacisnąć przycisk „START – STOP”. Zaświeci się sygnalizacja „GATE”, a po nastawionym czasie t_p zgaśnie. Wyświetlony wynik pomiaru należy zapisać w tabeli pomiarowej (tabela 2), nacisnąć przycisk „RESET” i rozpocząć następny pomiar.

F) W przeliczniku P-44 wcisnąć przycisk „SECONDS” = 10^1 i wykonać serię 20 pomiarów podobnie jak w punkcie E. Wyniki zapisać w tabeli 3.

G) W przeliczniku P-44 wcisnąć przycisk „SECONDS” = 10^2 i wykonać serię 10 pomiarów podobnie jak w punktach E i F. Wyniki zapisać w tabeli 4.

[1] szczegółowe ustawienia aparatury podane zostaną w trakcie wykonywania ćwiczenia

5. OPRACOWANIE WYNIKÓW

A) Rysujemy histogramy dla wszystkich trzech serii pomiarowych, czyli obrazujemy częstość pojawienia się danej liczby zliczeń.

B) Obliczamy wartości średnie dla każdego histogramu $\overline{N}_1$, $\overline{N}_{10}$ oraz $\overline{N}_{100}$, czyli średnią liczbę zliczeń na 1 sekundę w pomiarach trwających odpowiednio 1 s, 10 s, 100 s. Zaznaczamy na każdym z trzech histogramów położenia tych średnich.

C) Posługując się kalkulatorem obliczamy wartości odchylenia standardowego σ dla trzech serii pomiarów, zaznaczamy na wykresie przedziały $<\overline{N}-\sigma, \overline{N}+\sigma>$.

D) Oceniamy, w procentach, ułamek $\sigma/\overline{N}$, dla każdej z trzech serii pomiarowych.

E) Sprawdzamy relację $\sigma^2 \approx \overline{N}$.

F) Omówienie wyników.

Na końcu spróbujmy odpowiedzieć na pytanie: **czy lepiej zliczać impulsy 100 razy po 5 sekund czy 10 razy po 50 sekund?**

TABELA 1

Lp.	Liczba zliczeń biegu własnego układu (tła) n_t	Odchylenie od wartości średniej $\Delta_j = n_t - \overline{N}$
1		
2		
3		
suma	$N_{tła} = \sum n_t =$	$\sum \Delta_j =$
wartość średnia $\overline{N} = \sum n_t)/3 =$		
statystyczna niepewność pojedynczego pomiaru $\sigma = (\sum \Delta_j^2/2)^{1/2} =$		
statystyczna niepewność wartości średniej $\sigma_{\overline{N}} = (\sum \Delta_j^2/(2\cdot 3))^{1/2} =$		

TABELA 2

Lp.	Obserwowana liczba zliczeń p_j	Liczba zliczeń po odjęciu tła $n_j = p_j - \overline{N}_t$	Odchylenie Δ od wartości średniej $\Delta_j = n_j - \overline{N}$	$(\Delta_j)^2$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				

34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
	suma:	**$N = \sum n_j =$**	**$\sum \Delta_j =$**	**$\sum (\Delta_j)^2 =$**
wartość średnia $\overline{N} = (\sum n_j)/50 =$				
kwadrat średniego odchylenia standardowego $\sigma^2 = \sum (\Delta_j)^2/49 =$				
statystyczna niepewność pojedynczego pomiaru $\sigma(n) =$				
statystyczna niepewność średniej z 50 pomiarów $\sigma(\overline{N}) =$				

TABELA 3

Lp.	Obserwowana liczba zliczeń p_j	Liczba zliczeń po odjęciu tła $n_j = p_j - \overline{N}_t$	Odchylenie Δ od wartości średniej $\Delta_j = n_j - \overline{N}$	$(\Delta_j)^2$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
	suma:	**N = $\sum n_j$ =**	**$\sum \Delta_j$ =**	**$\sum(\Delta_j)^2$ =**
wartość średnia $\bar{N}$ = $\sum n_j$)/20 =				
kwadrat średniego odchylenia standardowego $\sigma^2 = \sum(\Delta_j)^2/19$ =				
statystyczna niepewność pojedynczego pomiaru $\sigma(n)$ =				
statystyczna niepewność średniej z 20 pomiarów $\sigma(\bar{N})$ =				

TABELA 4

Lp.	Obserwowana liczba zliczeń p_j	Liczba zliczeń po odjęciu tła $n_j = p_j - \bar{N}_t$	Odchylenie Δ od wartości średniej $\Delta_j = n_j - \bar{N}$	$(\Delta_j)^2$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
	suma:	**N = $\sum n_j$ =**	**$\sum \Delta_j$ =**	**$\sum(\Delta_j)^2$ =**
wartość średnia $\bar{N}$ = $\sum n_j$)/10 =				
kwadrat średniego odchylenia standardowego $\sigma^2 = \sum(\Delta_j)^2/9$ =				
statystyczna niepewność pojedynczego pomiaru $\sigma(n)$ =				
statystyczna niepewność średniej z 10 pomiarów $\sigma(\bar{N})$ =				